

Laboratorio di Algoritmi e Strutture Dati

Docenti: M. Goldwurm, S. Aguzzoli

Appello dell'8 Gennaio 2004

Progetto "Ombre Cinesi"
Consegna entro il 23 Gennaio 2004

Il problema

Il progetto concerne lo studio semplificato delle ombre gettate sulle pareti di una stanza da elementi (parallelepipedi) situati sul pavimento della stanza stessa e illuminati da due fasci di luce paralleli al pavimento della stanza e collocati idealmente a distanza infinita. Ognuno dei due fasci illumina perpendicolarmente una parete piana della stanza, e le due pareti così illuminate formano fra loro un angolo retto.

Formalmente (il pavimento della) stanza è rappresentato dal piano P di equazione $z = 0$ in uno spazio euclideo tridimensionale:

$$P = \{(x, y, 0) \mid x, y \in \mathbb{R}\}.$$

Si noti che non si pone alcun limite prefissato alle dimensioni del pavimento.

Un elemento è un parallelepipedo la cui base poggia sul piano P della stanza, ed è completamente specificato dai parametri:

- Coordinate del vertice inferiore sinistro della base: $(x_0, y_0) \in \mathbb{Z}^2$
- x -estensione della base: $0 < l_x \in \mathbb{Z}$.
- y -estensione della base: $0 < l_y \in \mathbb{Z}$.
- Altezza: $0 < h \in \mathbb{Z}$.

Dunque, denoteremo con $E(x_0, y_0, l_x, l_y, h)$ l'elemento descritto dal seguente sottoinsieme di \mathbb{R}^3 :

$$E(x_0, y_0, l_x, l_y, h) = \{(x, y, z) \mid x_0 \leq x \leq x_0 + l_x, y_0 \leq y \leq y_0 + l_y, 0 \leq z \leq h\}.$$

La x -proiezione dell'elemento $E(x_0, y_0, l_x, l_y, h)$ è l'insieme $\{(x, 0, z) \mid (x, y_0, z) \in E(x_0, y_0, l_x, l_y, h)\}$.

La y -proiezione dell'elemento $E(x_0, y_0, l_x, l_y, h)$ è l'insieme $\{(0, y, z) \mid (x_0, y, z) \in E(x_0, y_0, l_x, l_y, h)\}$.

L' x -profilo è dato dalla unione delle x -proiezioni degli elementi presenti nella stanza unita alla retta delle ascisse $\{(x, 0, 0) \mid x \in \mathbb{R}\}$. L' y -profilo è dato dalla unione delle y -proiezioni degli elementi presenti nella stanza unita alla retta delle ordinate $\{(0, y, 0) \mid y \in \mathbb{R}\}$.

Quindi l' x -profilo può essere pensato come l'ombra gettata dagli elementi su una delle due pareti illuminate della stanza, mentre l' y -profilo è l'ombra gettata sull'altra parete.

Il pavimento P è inizialmente sgombro da elementi. La collocazione di un nuovo elemento avverrà specificandone i parametri nell'operazione di introduzione.

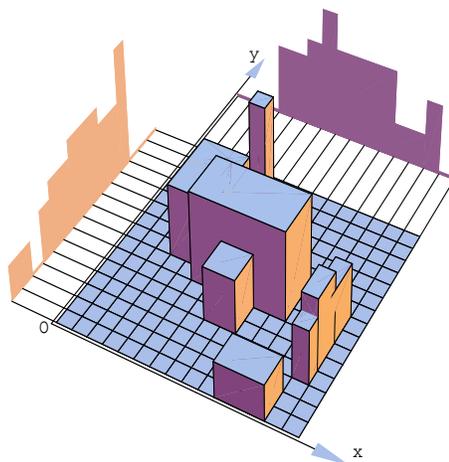
È possibile che elementi diversi abbiano punti in comune: la sovrapposizione parziale o totale di questi elementi va intesa come l'unione insiemistica degli elementi stessi.

Un *blocco* è un'unione di elementi connessa e massimale: un'unione U di elementi è connessa se ogni due punti appartenenti ad U sono congiungibili da una spezzata completamente giacente in U (ricordiamo che una spezzata è una curva continua costituita da una successione finita di segmenti). Un'unione connessa di elementi è massimale se non è possibile aggiungervi alcun elemento già presente nella stanza senza perdere la connessione.

Dunque un punto (x, y, z) può appartenere a nessuno o a uno o a più elementi; se appartiene a più elementi, appartiene tuttavia ad un unico blocco.

Un elemento è *nascosto* se la sua rimozione dalla stanza non modifica né l' x -profilo, né l' y -profilo della stanza stessa. Quindi un elemento nascosto non contribuisce a determinare la forma delle ombre cinesi su nessuna delle pareti della stanza.

Un elemento può essere spostato. Lo *spostamento* $(\Delta_x, \Delta_y) \in \mathbb{Z}^2$ applicato all'elemento $E(x_0, y_0, l_x, l_y, h)$ ne comporta la traslazione di $(\Delta_x, \Delta_y, 0)$ rispetto al nostro sistema di coordinate. Più precisamente, tale spostamento può essere interpretato come la rimozione di $E(x_0, y_0, l_x, l_y, h)$ e l'inserimento del nuovo elemento $E(x_0 + \Delta_x, y_0 + \Delta_y, l_x, l_y, h)$.



Nell'esempio della figura sono presenti i seguenti elementi: $E(3, 7, 3, 4, 4)$, $E(5, 6, 6, 3, 5)$, $E(6, 11, 1, 1, 7)$, $E(10, 0, 3, 2, 2)$, $E(13, 3, 1, 5, 3)$, $E(13, 4, 1, 2, 4)$, $E(7, 4, 2, 2, 3)$. Essi danno origine a 3 blocchi, di seguito listati:

- 1) $E(3, 7, 3, 4, 4) \cup E(5, 6, 6, 3, 5) \cup E(6, 11, 1, 1, 7) \cup E(7, 4, 2, 2, 3)$,
- 2) $E(10, 0, 3, 2, 2)$,
- 3) $E(13, 3, 1, 5, 3) \cup E(13, 4, 1, 2, 4)$.

I profili sono riportati in figura, dove l' x -profilo per comodità è mostrato sullo sfondo del stanza. Usando la specifica data nel seguito sul formato di output, i profili sono identificati dalle seguenti liste di vertici:

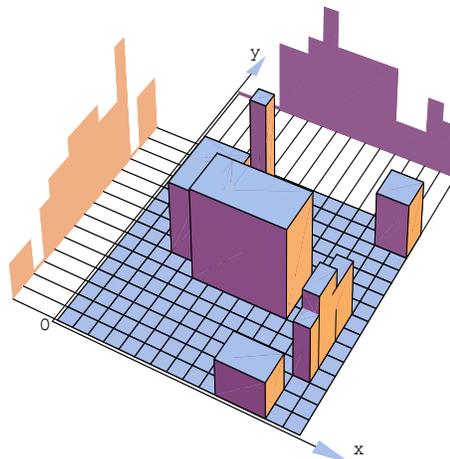
x – profilo	y – profilo
3 0	0 0
3 4	0 2
5 4	2 2
5 5	2 0
6 5	3 0
6 7	3 3
7 7	4 3
7 5	4 4
11 5	6 4
11 2	6 5
13 2	9 5
13 4	9 4
14 4	11 4
14 0	11 7
	12 7
	12 0

Si noti che per definizione ai profili appartengono sempre le rette corrispondenti agli assi cartesiani x, y , dunque il segmento di estremi $(0, 2, 0), (0, 3, 0)$ appartiene all' y -profilo della stanza.

L'elemento $E(7, 4, 2, 2, 3)$ è nascosto, infatti la sua rimozione non altera i profili.

Applichiamo ora lo spostamento $(6, 9)$ all'elemento $E(7, 4, 2, 2, 3)$. Ciò equivale alla rimozione di $E(7, 4, 2, 2, 3)$ e all'inserimento di $E(13, 13, 2, 2, 3)$. Ovviamente quest'ultimo elemento non è nascosto.

Nella figura seguente è rappresentato il nuovo stato della stanza dopo lo spostamento:



Si richiede di implementare una struttura dati efficiente che permetta di eseguire le operazioni seguenti (si tenga presente che la minima porzione rettangolare di piano contenente tutte le basi degli elementi è in genere molto grande rispetto al numero di elementi, quindi *non è sicuramente efficiente rappresentare il pavimento mediante una matrice*).

- **crea()**
Crea una stanza inizialmente vuota, distruggendo tutti gli elementi attualmente presenti.
- **inserisci**(x_0, y_0, l_x, l_y, h)
Colloca nella stanza l'elemento $E(x_0, y_0, l_x, l_y, h)$.
- **elimina**(x, y)
Elimina dalla stanza ogni elemento la cui base contiene il punto $(x, y, 0)$.
- **blocchi()**
Stampa il numero di blocchi presenti nella stanza.
- **x -profilo()**
Stampa l' x -profilo della stanza secondo il formato specificato nell'apposita sezione.
- **y -profilo()**
Stampa l' y -profilo della stanza secondo il formato specificato nell'apposita sezione.
- **sposta**(x_0, y_0, x_1, y_1)
Applica lo spostamento (x_1, y_1) a tutti gli elementi la cui base contiene il punto $(x_0, y_0, 0)$.
- **nascosti**(x, y)
Stampa la lista degli elementi nascosti la cui base contiene il punto $(x, y, 0)$, secondo il formato specificato nell'apposita sezione.

Specifiche di implementazione

Il programma deve leggere dallo standard input (**stdin**) una sequenza di linee (separate da $\backslash n$), ciascuna delle quali corrisponde a una linea della prima colonna della Tabella 1, dove x, y, l, m, h sono numeri interi e i vari elementi sulla linea sono separati da uno o più spazi. Quando una linea è letta viene eseguita l'operazione ad essa associata e viene stampato l'eventuale output prodotto dall'esecuzione dell'operazione associata; tutte le operazioni di stampa sono effettuate sullo standard output (**stdout**) e ogni operazione deve iniziare su una nuova linea.

Formato per l'output dei profili

Siano x_{min} e x_{max} rispettivamente le ascisse minima e massima dei punti appartenenti alle x -proiezioni degli elementi della stanza. Sia H il sottoinsieme dell' x -profilo costituito dai punti $(x, 0, z)$ per i quali vale $x_{min} \leq x \leq x_{max}$. H è l'unione di un numero finito di rettangoli e del segmento $\{(x, 0, 0) \mid x_{min} \leq x \leq x_{max}\}$: H è connesso e il suo contorno è dunque una successione finita di segmenti, alternatamente orizzontali (aventi z costante) e verticali (aventi x costante). L'intersezione di ogni coppia di segmenti consecutivi origina un vertice $(x, 0, z) \in \mathbb{Z}^3$. Sia $(x_1, 0, z_1)$ il primo di tali vertici secondo l'ordine lessicografico: $(x, 0, z) < (x', 0, z')$ se e solo se $(x < x')$ o $(x = x' \text{ e } z < z')$. Necessariamente $z_1 = 0$ e $x_1 = x_{min}$. Il vertice $(x_1, 0, z_1)$ sarà il primo vertice della nostra presentazione di H . Dato l' i -esimo vertice $(x_i, 0, z_i)$, l' $(i + 1)$ -esimo vertice sarà il vertice immediatamente successivo a $(x_i, 0, z_i)$ nella visita dei vertici di H in ordine orario. L'ultimo vertice $(x_u, 0, z_u)$ di H è $(x_{max}, 0, 0)$. Avendo costruito la successione $(x_1, 0, z_1), (x_2, 0, z_2), \dots, (x_i, 0, z_i), \dots, (x_u, 0, z_u)$ dei vertici di H , la si emetta in output secondo

LINEA DI INPUT	OPERAZIONE
c	crea ()
i x y l m h	inserisci (x, y, l, m, h)
e x y	elimina (x, y)
b	blocchi ()
x	x-profilo ()
y	y-profilo ()
s x y l m	sposta (x, y, l, m)
n x y	nascosti (x, y)
f	Termina l'esecuzione del programma

Tabella 1: Specifiche del programma

il formato seguente:

```

 $x_1$   $z_1$ 
 $x_2$   $z_2$ 
 $\vdots$   $\vdots$ 
 $x_i$   $z_i$ 
 $\vdots$   $\vdots$ 
 $x_u$   $z_u$ 

```

Analoghe specifiche si applicano all'output di y -profili considerando vertici della forma $(0, y, z)$ al posto di $(x, 0, z)$ ed adattando le precedenti definizioni in modo ovvio.

Formato per l'output della funzione nascosti

Sia E_1, E_2, \dots, E_u l'elenco degli elementi da visualizzare, dove per ogni $1 \leq i \leq u$, E_i è l'elemento $E(x_i, y_i, lx_i, ly_i, h_i)$. Si stampi su linee separate ogni elemento secondo il formato seguente:

```

 $x_1$   $y_1$   $lx_1$   $ly_1$   $h_1$ 
 $x_2$   $z_2$   $lx_2$   $ly_2$   $h_2$ 
 $\vdots$   $\vdots$   $\vdots$   $\vdots$   $\vdots$ 
 $x_i$   $z_i$   $lx_i$   $ly_i$   $h_i$ 
 $\vdots$   $\vdots$   $\vdots$   $\vdots$   $\vdots$ 
 $x_u$   $z_u$   $lx_u$   $ly_u$   $h_u$ 
#

```

L'ordine in cui gli elementi vengono elencati è irrilevante. Si noti la presenza del carattere # sull'ultima linea dell'elenco, che serve a denotare la fine dell'elenco stesso. Ovviamente, se l'elenco da visualizzare è vuoto, si dovrà stampare solo #.

Note

1. Non devono essere presenti vincoli sulla dimensione del pavimento, degli elementi e sul numero di elementi presenti (se non quelli determinati dal tipo di dato intero). Non si richiede – anzi si sconsiglia – l'uso di grafica, se non per test personali: in modo particolare, non si usi `conio.h` e neppure `clrscr()`.
2. Per semplicità si suppone che l'input sia sempre conforme alle specifiche di Tabella 1, per cui non è necessario controllare la correttezza dell'input.

Esempio

Si supponga che le linee di input siano:

```
c
i 3 2 5 3 10
i 4 6 4 3 5
i 7 4 5 3 7
i 9 9 4 2 5
i 14 8 4 5 10
i 14 2 4 6 12
i 15 7 2 3 8
x
y
b
n 7 4
n 8 6
n 16 8
e 16 12
s 7 7 3 -1
s 11 10 -1 -1
x
y
b
n 16 8
n 10 8
f
```

L'output prodotto dal programma deve essere:

```
3 0
3 10
8 10
8 7
12 7
12 5
13 5
13 0
14 0
14 12
18 12
```

```
18 0
2 0
2 12
8 12
8 10
13 10
13 0
3
#
4 6 4 3 5
#
15 7 2 3 8
#
3 0
3 10
8 10
8 5
10 5
10 7
14 7
14 12
18 12
18 0
2 0
2 12
8 12
8 8
10 8
10 0
1
#
7 5 4 3 5
8 8 4 2 5
#
```

Presentazione del progetto

Il progetto deve essere inviato per posta elettronica all'indirizzo aguzzoli@dsi.unimi.it entro il 23 Gennaio 2004. La discussione del progetto e l'esame orale si svolgeranno il 27 Gennaio 2004 in orario e aula da stabilirsi.

Occorre presentare:

1. il codice sorgente (rigorosamente ANSI C, compilabile con **gcc**);
2. una sintetica relazione (formato pdf o rtf) che illustra le strutture dati utilizzate e analizza il costo delle diverse operazioni richieste dalla specifica.

I due o più file (file sorgenti C + relazione) devono essere contenuti in un unico file **.zip** il cui nome dovrà essere **cognome.zip**. La relazione e il codice devono riportare il vostro nome, cognome e matricola.

Una copia cartacea della relazione e del codice deve inoltre essere consegnata al dr. Aguzzoli sempre entro il 23 Gennaio 2004 (lasciandola eventualmente nella sua casella postale presso il dipartimento in via Comelico).

Si ricorda infine di presentarsi alla prova orale con una copia stampata della relazione e del codice.

Per ogni ulteriore chiarimento:

E-mail: aguzzoli@dsi.unimi.it

Ricevimento: il mercoledì, ore 15-16, stanza S204.

Avvisi

La versione aggiornata del progetto è pubblicata in .pdf sul sito:

<http://homes.dsi.unimi.it/~aguzzoli/algo.htm>.

Si consiglia di consultare periodicamente questo sito per eventuali correzioni e/o precisazioni relative al testo del progetto.

Lo svolgimento del progetto è una prova d'esame da svolgere *individualmente*.

Si richiede allo studente di effettuare un adeguato collaudo del proprio progetto su numerosi esempi diversi per verificarne la correttezza e valutarne le prestazioni.

Non è possibile consegnare il progetto se non si è ancora superata la prova scritta.