

Laboratorio di Algoritmi e Strutture Dati

Docenti: M. Goldwurm, S. Aguzzoli

Appello del 1° Giugno 2006

Progetto “Iperspazio”
Consegna entro il 19 Giugno 2006

Il problema

In un pianeta lontano, una civiltà progredita costruisce amplificatori di energia nell'iperspazio (violando il ben noto principio di conservazione).

Un *amplificatore* n -dimensionale è costituito da un insieme di dispositivi n -dimensionali. Un *dispositivo* n -dimensionale D è caratterizzato da un nome $N(D)$ che lo identifica, dalla *regione* n -dimensionale $R(D)$ che lo contiene, dalla quantità di *energia* $E(D)$ in grado di produrre, dall'*intervallo temporale* $T(D)$ necessario a produrla e dal *tempo utile* $U(D)$ entro il quale il dispositivo deve fornire all'amplificatore l'energia prodotta perché essa possa essere effettivamente utilizzata.

Più dettagliatamente, per ogni dispositivo n -dimensionale D , $N(D)$ è una stringa finita sull'alfabeto $\{a, b, \dots, z\}$; $R(D)$ è un parallelepipedo n -dimensionale, specificato dalla lunghezza dei suoi spigoli:

$$R(D) = \langle x_1, \dots, x_n \rangle,$$

dove ogni x_i è un intero positivo; $E(D)$, $T(D)$ e $U(D)$ sono interi positivi. Come esempio, nella tabella in Figura 1 sono descritti alcuni dispositivi D_1, \dots, D_8 a 5 dimensioni.

	$N(D)$	$R(D)$	$E(D)$	$T(D)$	$U(D)$
D_1	a	$\langle 10, 7, 3, 4, 20 \rangle$	100	4	19
D_2	b	$\langle 4, 9, 13, 25, 5 \rangle$	200	20	23
D_3	c	$\langle 6, 10, 15, 30, 70 \rangle$	80	5	16
D_4	d	$\langle 20, 7, 20, 40, 80 \rangle$	30	10	18
D_5	e	$\langle 5, 100, 6, 30, 20 \rangle$	100	5	17
D_6	f	$\langle 101, 7, 10, 25, 35 \rangle$	1	10	12
D_7	g	$\langle 90, 1, 1, 1, 1 \rangle$	50	13	17
D_8	h	$\langle 2, 2, 2, 2, 200 \rangle$	25	10	30

Figura 1: Dispositivi a 5 dimensioni

Un dispositivo può essere *ruotato*: una *rotazione semplice* di un dispositivo n -dimensionale D consiste nello scambiare in $R(D) = \langle x_1, \dots, x_n \rangle$ il valore di x_i con il valore di x_j , per una qualsiasi coppia (i, j) di indici in $\{1, \dots, n\}$.

Un dispositivo n -dimensionale D_1 è *contenibile* in un dispositivo n -dimensionale D_2 se esiste una sequenza di rotazioni semplici di D_1 alla fine della quale $R(D_1) = \langle x_1, \dots, x_n \rangle$, $R(D_2) = \langle y_1, \dots, y_n \rangle$ e $x_i < y_i$ per ogni $i \in \{1, \dots, n\}$. Se D_1 è contenibile in D_2 allora scriviamo $D_1 \triangleleft D_2$.

Esempio 1

Si considerino i dispositivi a 5 dimensioni nella Figura 1. Il dispositivo D_1 è contenuto in D_2 ; per verificare la definizione, si possono ad esempio fare due rotazioni in seguito alle quali $R(D_1) = \langle 3, 7, 10, 20, 4 \rangle$. Al contrario, D_1 non è contenuto in D_7 e neppure in D_8 . Più dettagliatamente (nel seguito identificheremo un dispositivo D con il suo nome $N(D)$):

- Il dispositivo a è contenuto nei dispositivi b, c, d, e, f .
- Il dispositivo b è contenuto nei dispositivi c, d, e, f .
- Il dispositivo c è contenuto nel dispositivo d .
- Il dispositivo e è contenuto nel dispositivo f .
- Il dispositivo g è contenuto nei dispositivi e, f, h .

Un *amplificatore* n -dimensionale A costruito su un insieme \mathcal{D} di dispositivi n -dimensionali è strutturato come un insieme di sequenze di dispositivi $\{S_1, \dots, S_k\}$ tali che:

- Ogni sequenza S_i è della forma $S_i = D_{i,1} \triangleleft D_{i,2} \triangleleft \dots \triangleleft D_{i,u_i}$, dove ogni $D_{i,j}$ appartiene a \mathcal{D} .
- S_1 è una sequenza di lunghezza massima fra tutte quelle costruibili su \mathcal{D} .
- S_2 è una sequenza di lunghezza massima fra tutte quelle costruibili su $\mathcal{D} \setminus \{D \mid D \in S_1\}$.
- In genere, per ogni $1 < h \leq k$, S_h è una sequenza di lunghezza massima fra tutte quelle costruibili su $\mathcal{D} \setminus \{D \mid D \in \bigcup_{i=1}^{h-1} S_i\}$.
- L'insieme $\bigcup_{i=1}^k S_i$ di tutti i dispositivi appartenenti alle sequenze S_1, \dots, S_k coincide con \mathcal{D} .

Si noti che ogni dispositivo appartiene a una e a una sola sequenza di A . Si osservi che sullo stesso insieme di dispositivi possono in genere essere costruiti diversi amplificatori.

Esempio 2

I dispositivi in Figura 1 danno origine a un amplificatore A composto da tre sequenze:

- La sequenza $S_1 = a \triangleleft b \triangleleft c \triangleleft d$.
- La sequenza $S_2 = g \triangleleft e \triangleleft f$.
- La sequenza S_3 contenente solo h .

Il ciclo di amplificazione di energia di un amplificatore $A = \{S_1, \dots, S_k\}$ è organizzato come segue:

- Al tempo $t = 0$ viene immessa nell'amplificatore una quantità unitaria di energia per ogni sequenza S_i , dunque, in totale, viene immessa una quantità k di energia.
- Un dispositivo D appartenente a qualche sequenza S_i è in grado di produrre una quantità di energia $E(D)$ se e solo se D lavora in modo continuativo per un intervallo di tempo $T(D)$ e termina il suo lavoro al tempo $t \leq U(D)$ (il tempo di lavoro dei dispositivi di una sequenza è calcolato a partire dall'istante $t = 0$). Formalmente, se D inizia il suo lavoro al tempo t , l'energia utile $EU(D)$ di D è:

$$EU(D) = \begin{cases} E(D) & \text{se } t + T(D) \leq U(D) \\ 0 & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

- Ogni sequenza $S_i = D_{i,1} \triangleleft D_{i,2} \triangleleft \dots \triangleleft D_{i,u_i}$ mette in funzione uno solo dei suoi dispositivi alla volta, a partire dal tempo 0, e lo fa in un ordine tale da massimizzare il valore $E(S_i) = \sum_{j=1}^{u_i} EU(D_{i,j})$ (energia prodotta da S_i).
- L'energia prodotta dall'amplificatore è la somma delle energie prodotte dalle sequenze:

$$E(A) = \sum_{i=1}^k E(S_i).$$

L'amplificatore dunque ha moltiplicato la quantità di energia inizialmente immessa di un *fattore amplificativo* il cui valore è

$$\frac{E(A)}{k}.$$

Esempio 3

Si consideri l'amplificatore A dell'esempio precedente. Il valore di $E(S_1)$ è 210, ottenuta attivando i dispositivi di S_1 nell'ordine c, d, a, b ; infatti, con tale ordine $EU(a) = 100$, $EU(b) = 0$, $EU(c) = 80$, $EU(d) = 30$ (lo stesso valore si ottiene prendendo d, c, a, b). Si noti che A non può attivare come primo dispositivo b ; infatti, in tal caso $EU(b) = 200$, e, qualunque sia l'ordine di attivazione degli altri dispositivi, $EU(a) = EU(b) = EU(c) = 0$, quindi l'energia di S_1 risulterebbe uguale a 200. Poiché $E(S_2) = 101$ (ottenuta attivando i dispositivi di S_2 nell'ordine f, e, g) e $E(S_3) = 25$, si ottiene $E(A) = 336$ e il fattore moltiplicativo è 112.

Si richiede di implementare una struttura dati efficiente che permetta di eseguire le operazioni seguenti.

- **inizializza** (n)

Crea un iperspazio vuoto di dimensione n , distruggendo ogni dispositivo e amplificatore attualmente presente.

- **dispositivo** ($nome, x_1, \dots, x_n, e, t, u$)

Se n è la dimensione dell'iperspazio allora vi colloca un nuovo dispositivo n -dimensionale D , con $N(D) = nome$, $R(D) = \langle x_1, \dots, x_n \rangle$, $E(D) = e$, $T(D) = t$, $U(D) = u$. Altrimenti non compie alcuna operazione.

- **elimina** ($nome$)

Se esiste un dispositivo D con $N(D) = nome$ allora lo elimina, altrimenti non compie alcuna operazione.

- **contenibile** ($nome_1, nome_2$)

Se esistono dispositivi D_1 e D_2 tali che $N(D_1) = nome_1$, $N(D_2) = nome_2$ e D_1 è contenibile in D_2 allora stampa D_1 e D_2 , secondo il formato descritto nell'apposita sezione. Altrimenti non compie alcuna operazione.

- **amplificatore** ($$)

Costruisce un amplificatore utilizzando i dispositivi presenti nell'iperspazio e ne stampa la specifica nel formato descritto nell'apposita sezione.

- **energia** ($$)

Se è già stato costruito un amplificatore A allora stampa il fattore amplificativo dell'energia nel formato descritto nell'apposita sezione. Altrimenti non compie alcuna operazione.

Si noti che le operazioni richieste sono liberamente implementabili; in particolare, non vanno necessariamente intese come prototipi di funzioni.

Specifiche di implementazione

Il programma deve leggere dallo standard input (`stdin`) una sequenza di righe (separate da `\n`), ciascuna delle quali corrisponde a una riga della prima colonna della Tabella 1, dove $n, e, t, u, x_1, \dots, x_n$ sono interi positivi e α, β sono stringhe non vuote sull'alfabeto $\{a, \dots, z\}$.

I vari elementi sulla riga sono separati da uno o più spazi. Quando una riga è letta, viene eseguita l'operazione associata; le operazioni di stampa sono effettuate sullo standard output (`stdout`), e ogni operazione deve iniziare su una nuova riga.

RIGA DI INPUT	OPERAZIONE
<code>i n</code>	inizializza (n)
<code>d α x_1 ... x_n e t u</code>	dispositivo ($\alpha, x_1, \dots, x_n, e, t, u$)
<code>e α</code>	elimina (α)
<code>c α β</code>	contenibile (α, β)
<code>a</code>	amplificatore ()
<code>E</code>	energia ()
<code>f</code>	Termina l'esecuzione del programma

Tabella 1: Specifiche del programma

Note

1. Non devono essere presenti vincoli sul numero di dimensioni dell'iperspazio, sul numero di dispositivi, sul numero e sulla lunghezza delle sequenze (se non quelli determinati dal tipo di dato intero). Non si richiede – anzi si sconsiglia – l'uso di grafica, se non per test personali: in modo particolare, non si usi `conio.h` e neppure `clrscr()`.
2. Per semplicità si suppone che l'input sia sempre conforme alle specifiche di Tabella 1, per cui non è necessario controllare la correttezza dell'input. Per leggere l'input si usino le funzioni standard ANSI C `getchar()` e/o `scanf()`.
3. Siano D_1 e D_2 due dispositivi per i quali $D_1 \triangleleft D_2$. Siano $R(D_1) = \langle x_1, \dots, x_n \rangle$ e $R(D_2) = \langle y_1, \dots, y_n \rangle$ le regioni occupate da D_1 e da D_2 dopo le necessarie rotazioni di D_1 . Siano inoltre $nome_1 = N(D_1)$ e $nome_2 = N(D_2)$. Allora l'output del comando `c nome_1 nome_2` deve essere visualizzato come segue:
`nome_1 : x_1, \dots, x_n ; nome_2 : y_1, \dots, y_n`
4. Sia $A = \{S_1, \dots, S_k\}$ un amplificatore, e sia $S_i = D_{i,1} \triangleleft D_{i,2} \triangleleft \dots \triangleleft D_{i,u_i}$, per ogni $1 \leq i \leq k$. Si ponga inoltre $nome_{i,j} = N(D_{i,j})$ per ogni $1 \leq i \leq k$ e per ogni $1 \leq j \leq u_i$. Allora l'output del comando `a` deve essere visualizzato come segue:
`nome_{1,1}, nome_{1,2}, \dots, nome_{1,u_1}`
`nome_{2,1}, nome_{2,2}, \dots, nome_{2,u_2}`

...

nome_{k,1}, nome_{k,2}, ..., nome_{k,u_k}

5. Sia $E(A)/k$ il fattore amplificativo dell'energia di A . Siano c e d i due interi positivi tali che:

$$\frac{c}{d} = \frac{E(A)}{k}, \quad \text{MCD}(c, d) = 1$$

dove $\text{MCD}(a, b)$ è il massimo comun divisore di a e b . Allora l'output del comando **E** deve essere visualizzato come segue:

c/d

Esempio

Si supponga che le righe di input siano:

```
i 4
d alfa 20 7 3 10 101 10 19
d beta 8 25 5 13 51 6 12
d gamma 15 9 30 6 80 10 15
d delta 1 5 18 10 50 6 12
d epsilon 24 3 11 6 100 10 15
d zeta 10 10 10 10 50 3 12
d eta 12 15 13 15 1 10 40
d teta 16 25 16 15 10 5 7
c alfa beta
c alfa gamma
c alfa zeta
a
E
d kappa 6 9 14 26 200 7 10
d lambda 27 7 15 10 50 6 12
e epsilon
a
E
f
```

L'output prodotto dal programma deve essere:

```
alfa: 7,20,3,10; beta: 8,25,5,13
alfa: 10,7,20,3; gamma: 15,9,30,6
delta, epsilon, beta, gamma
zeta, eta, teta
alfa
263/3
delta, beta, kappa,lambda
zeta, eta, teta
alfa, gamma
362/3
```

Presentazione del progetto

Il progetto deve essere inviato per posta elettronica all'indirizzo aguzzoli@dsi.unimi.it entro il 19 giugno 2006 (incluso). La discussione del progetto e l'esame orale si svolgeranno in data e luogo da specificarsi (consultare al riguardo il sito: <http://homes.dsi.unimi.it/~goldwurm/algo>).

Occorre presentare:

1. il codice sorgente (rigorosamente ANSI C, compilabile con **gcc**);
2. una sintetica relazione (formato pdf o rtf) che illustra le strutture dati utilizzate e analizza il costo delle diverse operazioni richieste dalla specifica.

I due o più file (file sorgenti C + relazione) devono essere contenuti in un unico file **.zip** il cui nome dovrà essere **cognome.zip**. La relazione e il codice devono riportare il vostro nome, cognome e matricola.

Una copia cartacea della relazione e del codice deve inoltre essere consegnata al dr. Aguzzoli entro il 19 giugno 2006 (lasciandola eventualmente nella sua casella postale presso il dipartimento in via Comelico).

Si ricorda infine di presentarsi alla prova orale con una copia stampata della relazione e del codice.

Per ogni ulteriore chiarimento:

E-mail: aguzzoli@dsi.unimi.it

Ricevimento: il mercoledì, ore 15-16, stanza S204.

Avvisi

La versione aggiornata del progetto è pubblicata in .pdf sul sito:

<http://homes.dsi.unimi.it/~aguzzoli/algo.htm>.

Si consiglia di consultare periodicamente questo sito per eventuali correzioni e/o precisazioni relative al testo del progetto.

Si richiede allo studente di effettuare un adeguato collaudo del proprio progetto su numerosi esempi diversi per verificarne la correttezza e valutarne le prestazioni.

La realizzazione del progetto è una prova d'esame da svolgersi **individualmente**. I progetti giudicati frutto di **collaborazioni** saranno **estromessi** d'ufficio dalla valutazione.